基礎統計 2003 年度

1.電卓のみ持込可。
2.数表は裏頁にある。
3.計算過程で小数が現れた場合は適当に四捨五入してよい(小数点以下2,3位程度でよい)。
4.自然対数の底eが必要なときは、$e = 2.7$で計算してよい。

[問 1]以下の各問に答えよ。
⑴確率変数Xは正規分布$N(50,100)$に従うものとする。確率$P(70 \leqq X)$、 $P(40 \leqq X \leqq 60)$、$P(X \leqq 55)$をそれぞれ求めよ。
⑵20歳の男子日本人の胸囲は平均86.8cm、標準偏差4.80cmの正規分布で表されるとする。無作為に16人を選ぶとき、16人の胸囲の平均が85cm以下となる確率を求めよ。

[問 2]以下の各問に答えよ。
⑴表の出る確率が0.6であるようなコインを5回投げる試行を考える。表の出る回数をXとするとき、$X = 3$となる確率$P(X = 3)$を求めよ。
⑵表の出る確率が0.0002であるようなコインを10000回投げる試行を考える。表の出る回　数をXとするとき、$X = 3$となる確率$P(X = 3)$を求めよ。
⑶表の出る確率が0.6であるようなコインを表が出るまで投げ続ける試行を考える。X回目に初めて表が出るとするとき、$X = 3$となる確率$P(X = 3)$を求めよ。
⑷表の出る確率がpであるようなコインを5回投げる試行を考える。事象A、Bをそれぞれ、
A={1回目に表が出る}, B={表の出る回数は3である}
とするときBが与えられたときのAの条件付確率$P(A|B)$を求めよ。

[問 3]以下の各問に答えよ。
⑴中心極限定理(central limit theorem)の主張を書け(2, 3 行程度)。
⑵確率変数$X_1, \cdots, X_n$は互いに独立に 同一の Bernoulli 分布$Bi(1, p)$に従うものとする。即ち$P(X_i = 1) = p$、$P(X_i = 0) = 1 - p \ (i = 1, \ldots, n)$が成立するものとする。この場合に中心極限定理を応用すると、どのような事実が得られるか。
⑶十二指腸虫の感染率が 10%であるとされていたある地域の環境が悪化したため、その地域から改めて、400人を無作為に抽出して感染の有無を調べたところ56人の感染者がいた。感染率は変わらないと言えるか。

[問 4]ある爬虫類の体長について調べるため、20頭を捕獲し、体長$X_1, \cdots, X_{20}$(単位は cm)を測定したところ、標本平均 $X = \frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20} X_i$ 、標本分散 $s^2 = \frac{1}{(20-1)}\sum_{i=1}^{20} X_i$ 、標本標準偏差 $s = \sqrt{s^2}$ はそれぞれ $\overline{X} = 30.5$ 、$s^2 = 17.64$ 、$s = 42$であった。正規母集団$N(\mu, \sigma^2)$を仮定して、以下の各問に答えよ。

(1)母平均μの点推定値 として、$\overline{X}$の実現値30.5を用いるのが通常であるが、このことの根拠は何か。簡潔に述べよ(1 行程度)。

(2)母分散σ^2は未知であるとし て、母平均μの信頼係数0.95の信頼区間を作れ。

(3)母分散σ^2は$\sigma^2 = 16$であると分かっているものとして、母平均μの信頼係数 0.95の信頼区間を作れ。

(4)母分散σ^2の信頼係数0.95の信頼区間を作れ。

[問 5]壷の中に赤、青、緑の3種類の玉が2個ずつ 計6個入っているものとする。その壷から2個取り出す試行を考える。取り出された赤玉の数をX、青玉の数をYとすると、XとY はともに離散型の確率変数であり、各々0、1、2のいずれかの値をとる。XとYの同時確率分布は下の表の通りである。以下の各問に答えよ。

X \ Y	0	1	2	和
0	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{5}$
1	$\frac{4}{15}$	$\frac{4}{15}$	0	$\frac{8}{15}$
2	$\frac{1}{15}$	0	0	$\frac{1}{15}$
和	$\frac{2}{5}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{15}$	1

(1)XとYの共分散$Cov(X, Y)$を計算せよ(計算は全て分数で)。

(2)XとYの相関係数$\rho_{x,y}$を計算せよ(計算は全て分数で行い、最後の答のみ小数で表示のこと)。

(3)前問で求めた相関係数の値を解釈せよ。

(4)問題文中の試行を90回行い、赤の個数と青の個数が等しくなる回数をZとおくとき、Zの確率分布および平均$E(Z)$、分散$V(Z)$とを求めよ。

[問 6]16組の父子の身長を計測したところ、$(x_1, y_1), \cdots, (x_{16}, y_{16})$ なるデータが得られたものとする。xは父の身長、yは子の身長とする。単位はcmとする。このデータから以下の数値が得られたものとする。

(父の平均)= $\bar{x} = \frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16} x_i = 166.3$

(父の分散)= $\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}(x_i - \bar{x})^2 = 31.33$

(子の平均)= $\bar{y} = \frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16} y_i = 173.1$

(子の分散)= $\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}(y_i - \bar{y})^2 = 27.71$

(父と子の共分散)= $\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}(y_1 - \bar{y})(x_1 - \bar{x}) = 24.13$

(1)子の身長yの父の身長xへの回帰直線$y = a + bx$を計算せよ。
(2)回帰係数bの解釈を述べよ。
(3)決定係数を計算せよ。