

基礎統計 2003

問一

(1) 2004年と同じ

$$(2) E(\bar{X}) = 86.8 \quad V(\bar{X}) = \frac{4.8^2}{16} = 1.44 \quad \therefore \mu = 86.8 \quad \sigma = 1.2$$

$$P(X \leq 85) = P(Z \leq -1.5) = P(1.5 \leq Z) = 0.067$$

問二

プリント P24 参照。答えは

(1) 0.346 (2) 0.183 (3) 0.096 (4) 3/5

問三

(1) X_1, \dots, X_n が独立かつ同一分布に従い、その期待値が μ 、分散が σ^2 のとき、 n が大き

ければ、 X_1, \dots, X_n の平均は期待値 μ 、分散 $\frac{\sigma^2}{n}$ の正規分布に従う。

(2) X_1, \dots, X_n の平均は、期待値 p 分散 $\frac{p(1-p)}{n}$ の正規分布に従う。

(3) 感染率を p とおき、 $H_0: p = 0.1$, $H_1: p \neq 0.1$ とする。

$$X_i \sim Bi(1, p) \text{ だから } \bar{X} \sim N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right) \quad Z = \frac{\bar{X} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}}$$

$$p = 0.1, \quad n = 400, \quad \bar{X} = 0.14 \text{ を代入すると } Z = \frac{0.04 \cdot 20}{0.3} = 2.67$$

有意水準 0.05 とすると $Z_{\alpha/2} = 1.96$ 。 $|Z| > Z_{\alpha/2}$ だから H_0 は棄却される。

よって有意水準 0.05 のとき感染率は変わっているといえる。

問四

(1) \bar{X} は μ の不偏推定量だから。

(2) $X_1 \cdots X_{20} \sim (\text{独立}) N(\mu, \sigma^2)$ だから $\frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{s^2/20}} \sim t(19)$

$$P\left(-2.093 \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{s^2/20}} \leq 2.093\right) = 0.95 \quad \therefore 28.53 \leq \mu \leq 32.47$$

$$(3) \bar{X} \sim N(\mu, \sigma^2) \text{より } \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/20}} \sim N(0,1)$$

$$P\left(-1.96 \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/20}} \leq 1.96\right) = 0.95 \quad \therefore 28.75 \leq \mu \leq 32.25$$

$$(4) \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1) \text{より } \frac{335.16}{\sigma^2} \sim \chi^2(19)$$

$$P\left(8.91 \leq \frac{335.16}{\sigma^2} \leq 32.58\right) = 0.95 \quad \therefore 10.29 \leq \sigma^2 \leq 37.62$$

問五

$$(1) E(X) = E(Y) = \frac{8}{15} + \frac{1}{15} \cdot 2 = \frac{2}{3} \quad E(XY) = \sum_{x=0}^2 \sum_{y=0}^2 xyf(x, y) = 1 \cdot 1 \cdot \frac{4}{15} = \frac{4}{15}$$

$$\therefore \text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = \frac{8}{45} = 0.178$$

$$(2) E(X^2) = E(Y^2) = \frac{8}{15} + \frac{1}{15} \cdot 4 = \frac{4}{5} \quad V(X) = V(Y) = \frac{4}{5} - \frac{4}{9} = \frac{16}{45}$$

$$\therefore \rho_{x,y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

(3) 両者の間には正の相関が見られる。

$$(4) Z \sim \text{Bi}\left(90, \frac{1}{3}\right) \text{なので}$$

$$E(Z) = 90 \cdot \frac{1}{3} = 30 \quad V(Z) = 90 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = 20$$

問六

$$(1) b = \frac{C_{xy}}{S_x^2} = 0.77 \quad a = \bar{y} - b\bar{x} = 45.04$$

$$\therefore y = 0.77x + 45.04$$

(2) 父の身長と子の身長の間には正の相関関係がある。

$$(3) \text{決定係数} = r^2 = \left(\frac{C_{xy}}{S_x S_y}\right)^2 = 0.671$$