

教養学部前期課程講義

平成20年度 物理学A (力学) 本試験問題

注意事項：

○問題は第1問、第2問からなる。また第1問ではⅠ、Ⅱの二つの中間に分かれている。第1問のⅠ、第1問のⅡ、および第2問のそれぞれについて、解答用紙各1枚を使用すること。また、解答用紙以外に、各自全体で計2枚まで計算用紙を用いてよい。

○解答にあたっては、答のみでなくそれを導出する過程も簡潔かつ明瞭に記述すること。導出過程の記述がない場合、採点時において減点の対象となりうることに注意せよ。

第1問

下の図1(a)は単振り子を表している。図1(a)においては、一端を天井に固定された長さ l の腕の先に質量 m の質点がある。なお、図では質点は便宜上大きさをもって描かれているが、質点として大きさは無視し、腕の質量も考慮しない。一方、図1(b)は剛体振り子を表している。図1(b)においては、腕の質量は図1(a)の質点と同じ m として、その重心は腕の長さの中心、すなわち支点から距離 $\frac{l}{2}$ の位置にある。各図において、腕は支点で摩擦なく自由に回転できるものとして、腕の姿勢角を図のように θ とおく。なお、重力加速度は鉛直下向きに g とする。

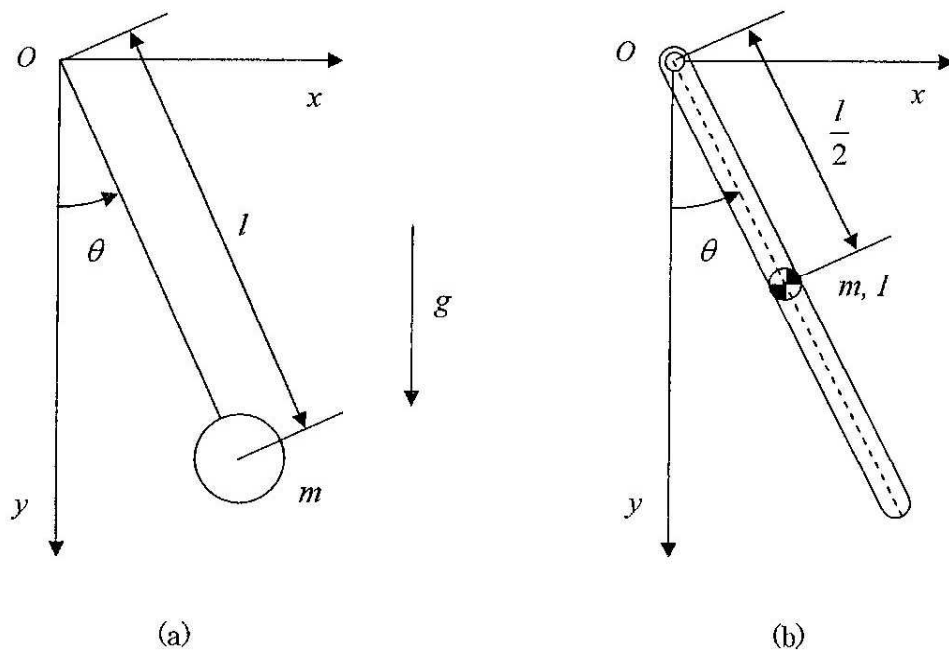


図1

1. 図1(a)に関して、以下の問いに答えよ。

- (1) 図1(a)において、振り子の支点を原点として図のように座標系 (x, y) をとったとき、質点 m の位置座標を l, θ の式で表せ。
- (2) 図1(a)の質点についての運動エネルギー T 、および重力によるポテンシャルエネルギー U の式を求めよ。なお、ポテンシャルエネルギーについては、最下点のときを零とせよ。
- (3) 図1(a)の系の運動方程式を求めよ。
- (4) 図1(a)において、 $t=0$ のとき、 $\theta = \theta_0$ で静止した状態を初期条件とした運動の式とその周期を求めよ。ただし、このとき θ は十分小さく、 $\sin \theta \approx \theta$ と近似してよい。

(次ページに続く)

II. 図 1(b)に関して、以下の問いに答えよ.

- (5) 図 1(b)の腕の重心回りの慣性モーメントを I とする. この腕を図のように重心から距離 $\frac{l}{2}$ だけ離れた支点まわりに回転させたときの慣性モーメントを I' , m , l を用いて表せ.
- (6) 質量 m , 長さ l の棒の重心まわりの慣性モーメントを求めよ. なお, 棒の質量分布は一様であり, 太さは無視できるものとする. (必要な場合, 棒の断面は半径 r の円形状であるとしても良い)
- (7) 以上の結果を用いて, 図 1(b)の剛体振り子の周期を求め, 図 1(a)の単振り子の場合との違いについて考察せよ.

(第 1 問終わり, 第 2 問に続く)

第2問

- (1) 極座標表現における運動方程式に関して、以下の問いに答えよ。
- (ア) 2次元平面位置 (x, y) を極座標表現 (r, θ) で表した場合、 (x, y) を (r, θ) で表した式、およびその逆に (r, θ) を (x, y) で表した式の両方を求めよ。
 - (イ) 2次元平面内の質量 m の質点の位置を極座標表現 (r, θ) で表したとき、運動エネルギー T を m, r, θ で表せ。
 - (ウ) ポテンシャルエネルギーを $U = U(r, \theta)$ として、極座標における運動方程式を求めよ。

- (2) 次式について、以下の問いに答えよ。ただし、 $U = U(x)$ は x のみの関数とする。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = mx\dot{\theta}^2 - \frac{dU}{dx}$$

$$\frac{d}{dt}(mx^2\dot{\theta}) = 0$$

- (ア) $p = mx^2\dot{\theta}$ とおき、 $U' = U + \boxed{\text{A}}$ とおくことで、この式で表される系におけるエネルギー的な保存式が求められる。 $\boxed{\text{A}}$ にあてはまる式を答え、そのエネルギー的保存式を導出せよ。

- (イ) $U = U_0 - \frac{\alpha_0}{x}$ のとき、これを上記の結果に代入し、この系の軌道を表す式を求めよ。また、初期条件の違いによる軌道の違いについて考察せよ。

(以上、問題終わり)