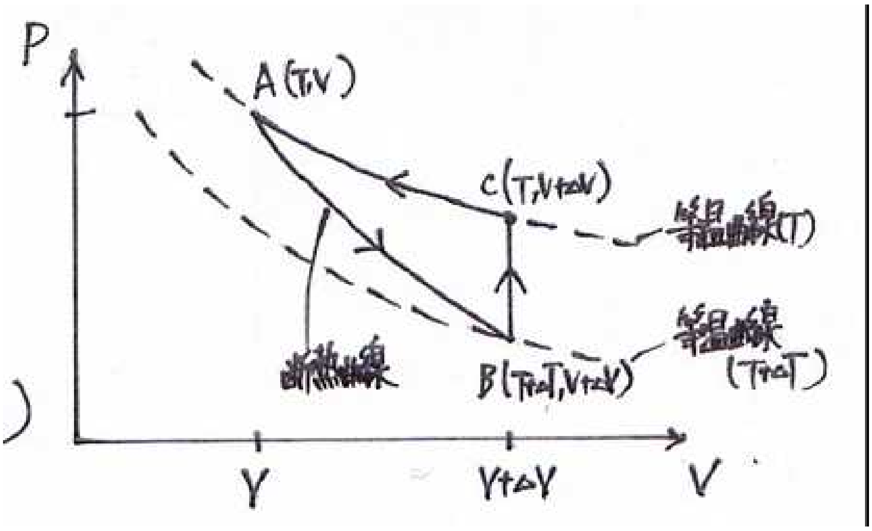
熱力頻出分野徹底メタシケプリ

しけちょと同じこと考えてましたねw
先にあげていただいたので確認にもなって助かります

☆最重要(2 回出題)

○準静的な断熱過程において,理想気体の温度Tと体積Vが満たす関係式を求めよ.ただし,理想気体の定積モル比熱を c_v とする。

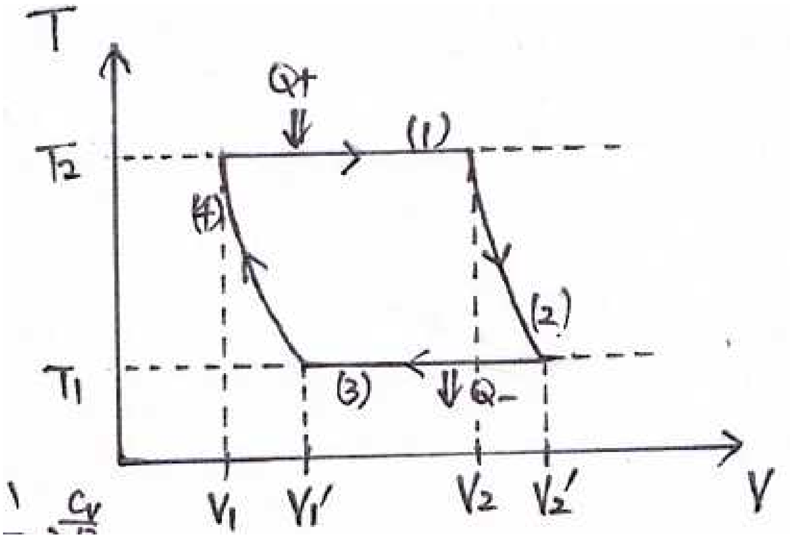
<結論>$TV^{(R/c_v)}$=一定
体積、温度がそれぞれ、V→V+⊿V、T→T+⊿T になったとする
サイクルでの[Q-W]は 0 になることを利用
また、断熱、定積、等温変化ではそれぞれ、Q=0,W=0, [Q-W]=0 となることも利用
理想気体なんで当然　p(T,V,N)=NRT/V
これらより　$\Delta T/T=-R/C_v\cdot\Delta V/V$　が導かれる



・・・しけちょさんマジ感謝です　　字がきれいな人って裏山です
変化をさらに微小にすることによって　$dT/T=-R/C_v\cdot dV/V$
∴　$\int dT/T=\int -R/C_v\cdot dV/V$
∴　$\log T=-R/C_v\log V+C'$　(C' は積分定数)
変形して　$C= TV^{(R/c_v)}$：一定

○理想気体を作業物質とするカルノーサイクルの熱効率ηを計算せよ。ただし,高温側の熱源の温度を T_2,低温側の熱源の温度を T_1 とする。

<結論> $\eta = 1 - T_1/T_2$



上図の順にサイクルが行われるとする

(i)の変化で得られた熱量を Q(i)とすると、(1)(3)は等温変化、(2)(4)は断熱変化より

$Q(1)=NRT_2\log(V_2/V_1), Q(2)=0, Q(3)=-NRT_1\log(V_1'/V_2'), Q(4)=0$

また、$\underline{\eta = 1 - Q_-/Q_+}$なので $\eta = 1 - Q(1)/-Q(3)$　である

断熱変化では $TV^{(R/cv)}$が一定であることを(2)(4)で用いることで

$V_2'/V_2=V_1'/V_1=(T_2/T_1)^{Cv/R}$　すなわち　$V_2/V_1=V_2'/V_1'$

よって　$Q(1)/Q(3)=-T_2/T_1$　なので

$\eta = 1 - T_1/T_2$　　　　　　　　　　※$Q = NRT\log(V_2/V_1)$　($V_1 \to V_2$の等温変化)

○1 サイクルの間に,温度 T_1,T_2 の二つの熱源からそれぞれ Q_1,Q_2 の熱量を吸収する熱機関においては,$Q_1/T_1+Q_2/T_2 \leqq 0$(等号は準静的(可逆)サイクルのとき,成立)が成り立つことを示せ。

カルノーの定理より　$\eta \leqq \eta_{カルノー}$　(等号は準静的(可逆)サイクルのとき,成立)

ここで $\eta = 1 - Q_-'/Q_+'$、$\eta_{カルノー} = 1 - T_1/T_2$ より

$1 - Q_-'/Q_+' \leqq 1 - T_1/T_2$

$Q_1 = -Q_-', Q_2 = Q_+'$　より

$Q_1/T_1+Q_2/T_2 \leqq 0$　(等号は準静的(可逆)サイクルのとき,成立)

○理想気体が真空中へ断熱的に膨張する過程でのエントロピー変化をもとめ,この過程が不可逆過程であることを示せ。

$S(T,N,V)=NC_v\log T+NR\log(V/N)+Na_0$

断熱自由膨張では温度 T は変化しない　体積が $V_1 \to V_2$ と変化したとする

$\Delta S = (NC_v \log T + NR\log(V_2/N) + Na_0) - (NC_v \log T + NR\log(V_1/N) + Na_0) = NR\log(V_2/V_1)$

よって　$\Delta S > 0$ よりこの過程は不可逆である

<u>◎重要(1 回出題)</u>

<u>○気体の自由膨張に関するジュールの実験の結果はどのようなものであったか説明せよ。</u>

<u>また、これを用いて N モルの理想気体の内部エネルギーU を V、T の関数として表せ。</u>

・ジュールの実験

<u>気体は自由膨張によって温度が変わらない</u>

気体が吸収する熱量 Q は 0 である

気体は外界に仕事をしない$(W=0)$

よって $\Delta U = W + Q = 0$

U **が** T、V **の関数であるとき**　<u>$dU = (\partial U/\partial V)_T dV + (\partial U/\partial T)_V dT$</u>　**であるが**

$dU = dT = 0$ **であり、**$dV \neq 0$ **であるので**　$(\partial U/\partial V)_T = 0$　**<u>(U は T のみの関数)</u>**

$\therefore$　$dU = (\partial U/\partial T)_V dT$

ここで　$C_v = (1/N)(\partial U/\partial T)_v$　**より**　$dU/dT = NC_v$

$\therefore U(T) = NC_vT + C$　**(C は積分定数)**

$U(0) = 0$　**より** $C = 0$

$\therefore U(T) = NC_vT$　　　　　　　**･･･なんか違う気がする(ぉ**

<u>○カルノーの定理を説明せよ。熱力学的絶対温度の定義を述べよ</u>

・カルノーの定理

2 つの熱源の間で動作する熱機関の熱効率は不可逆過程を含む場合、可逆機関の熱効率より大きくなることはない(カルノーサイクル以上の熱効率を持つ熱機関は作れない)　by 俺?

決められた2つの温度の熱源の間に働く可逆機関の効率はすべて等しく，2つの熱源の温度だけで決まり，同じ熱源の間にはたらく熱機関の効率の最大値を与える　by菊川教官

･･･by 菊川教官の方を覚えよう

証明

一般の熱機関、可逆機関が吸収、放出する熱量をそれぞれ Q'_+, Q'_-, Q_+, Q_- **とする**

外界にする仕事はそれぞれ $W' = Q'_+ - Q'_-$、$W = Q_+ - Q_-$　**である**

このとき、一般の熱機関と逆運転させた可逆機関の合成機関を考える

ただし、可逆機関を調整することで　$Q'_- = Q_-$　とする
この合成機関全体が吸収、放出する熱量はそれぞれ　$Q'_+ - Q_+$,　$Q'_- - Q_- = 0$
よってこの合成機関が外界にする仕事は $W'' = Q'_+ - Q_+ = W' - W$
トムソンの原理より $W'' \leqq 0$　$\therefore Q'_+ \leqq Q_+$
よって　$Q'_-/Q'_+ = Q_-/Q'_+ \geqq Q_-/Q_+$　より
$\eta_{一般} \leqq \eta_{可逆}$
一般の熱機関が可逆機関であった場合、立場を入れ替えることができるので
$\eta_{一般} \geqq \eta_{可逆}$
よって一般の熱機関が可逆機関であるときに等号成立

・熱力学的絶対温度
2 つの熱源の温度が θ_1, θ_2 であるような可逆機関の熱効率 $\eta(\theta_1, \theta_2)$ に対して
$Q_+/Q_- = (1-\eta)^{-1} = f(\theta_2, \theta_1)$　と f を定義する
このとき　$f(\theta_2, \theta_1) = f(\theta_2, \theta_0)/f(\theta_1, \theta_0)$
θ_0 を適当に固定したとき　$Q_+/Q_- = f(\theta_2, \theta_1) = f(\theta_2, \theta_0)/f(\theta_1, \theta_0) := T_2/T_1$
と T を定義する　この T を熱力学的絶対温度といい、これは理想気体絶対温度に一致する
･･･書いててわけわからんとです(汗

・熱力学的関係式　$dU=TdS-pdV$ (N 一定)　を用いて以下の等式を示せ
(1)　$(\partial U/\partial T)=T(\partial S/\partial T)$　$(\partial U/\partial V)=T(\partial S/\partial V)-p$　(2) $(\partial S/\partial V)=(\partial p/\partial T)$

(1),(2)

$$
\begin{aligned}
dS &= \frac{dU + pdV}{T} \\
&= \frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] dV
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V &= \frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \\
\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T &= \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right]
\end{aligned}
$$

$\dfrac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \dfrac{\partial^2 S}{\partial T \partial V}$ より

$$\frac{\partial}{\partial V}\left\{\frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V\right\} = \frac{\partial}{\partial T}\left\{\frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right]\right\}$$

$$\therefore \qquad \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$$

$$\therefore \qquad \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \qquad \text{(Maxwell 関係式)}$$

･･･下から 2 行目がよくわからんがもはや時間がないのでとりあえずスルー

※熱力学の第一法則より　dU = dq + dw

エントロピー、仕事の定義式より dS＝dq/T、dw = −PdV

これらを代入することで熱力学的関係式　　dU = TdS – PdV　が導かれる

ひどい終わり方で申し訳ないです･･･

TeX に慣れてると分数に違和感感じまくりんぐ

すぺしゃるさんくる

しけちょさんのシケプリ

シケ対さんのノート

http://homepage2.nifty.com/eman/thermo/contents.html

菊川さんの HP の講義まとめ

幾多もの作業用 BGM

あなた