

公式と導出

・運動方程式 $F = ma$

・運動量と力積 $p(t_2) - p(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} F(t)dt$

$$F = ma \quad \text{より} \quad \int_{t_1}^{t_2} F(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} madt = [mv]_{t_1}^{t_2} \quad (p = mv)$$

・角運動量とモーメント $l(t_2) - l(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} r \times F(t)dt$

$$\begin{aligned} mr \times a &= r \times F \quad \text{より} \\ \int_{t_1}^{t_2} r \times F(t)dt &= \int_{t_1}^{t_2} mr \times \frac{dv}{dt}dt = [mr \times v]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} mv \times vdt \\ v \times v &= 0 \quad \text{より} \quad \int_{t_1}^{t_2} r \times F(t)dt = [r \times p]_{t_1}^{t_2} \quad (l = r \times p) \end{aligned}$$

・運動エネルギーと仕事 $K(t_2) - K(t_1) = \int_{r(t_1)}^{r(t_2)} Fdr$

$$\begin{aligned} mva &= Fv, \quad \frac{dK}{dt} = mv \frac{dv}{dt} = mva \left(K = \frac{1}{2}mv^2 \right) \quad \text{より} \\ K(t_2) - K(t_1) &= \int_{t_1}^{t_2} Fvdt = \int_{t_1}^{t_2} F \frac{dr}{dt}dt = \int_{r(t_1)}^{r(t_2)} Fdr \end{aligned}$$

・ポテンシャルエネルギーと仕事 $U(r_1) - U(r_2) = \int_{r_1}^{r_2} Fdr \quad \left(U(r_A) = - \int_{r_A}^{r_0} Fdr \right)$
 $(F = - \frac{dU}{dr})$

・力学的エネルギーの保存 $K(t) + U(r(t)) = E$: 一定
 上 2 式より明らか

質点系、回転軸が固定された剛体の運動のところは固まっているので教科書参照

・質点系の運動エネルギー、角運動量は分離可能 (P94, 95)

・回転軸が固定された剛体の運動

z 軸方向の角運動量

 運動エネルギー

 平行軸の定理